

Trigonometría

Razones, círculo unidad, valores notables e identidades de suma, doble ángulo y triángulos.

01 Razones en el triángulo

SOH · CAH · TOA.

sen = $\frac{\text{op}}{\text{hip}}$, cos = $\frac{\text{ady}}{\text{hip}}$, tan = $\frac{\text{op}}{\text{ady}}$

- $\tan x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$. csc, sec, cot son las inversas.

02 Círculo unidad y signos

El signo depende del cuadrante.

Cuad.	sen	cos	tan
I	+	+	+
II	+	-	-
III	-	-	+
IV	-	+	-

- Regla: «Todos, Sen, Tan, Cos» son positivos en I-II-III-IV.

03 Valores notables

Los ángulos que caen siempre.

°	0	30	45	60	90
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

04 Identidades fundamentales

De aquí sale casi todo.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

05 Suma y resta de ángulos

Las de sumar/restar dos ángulos.

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$$

06 Ángulo doble y mitad

Casos particulares de la suma.

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\frac{\sin^2 x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

07 Teorema del seno y coseno

Para resolver triángulos cualesquiera.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

- Coseno = Pitágoras «corregido» por el ángulo.

08 Reducción y paridad

Simetrías útiles.

$$\sin(-x) = -\sin x \text{ (impar)}$$

$$\cos(-x) = \cos x \text{ (par)}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

09 Inversas y dominios

arcsen/arccos/arctan y sus rangos.

- arcsen: dominio $[-1, 1]$, rango $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
- arccos: dominio $[-1, 1]$, rango $[0, \pi]$.
- arctan: dominio $\mathbb{R}$, rango $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

10 Ejemplo trabajado

Simplificar con identidades.

$$\frac{\text{sen}2x}{\text{sen}x} = \frac{2\text{sen}x\cos x}{\text{sen}x}$$

$= 2\cos x$ (cancelo sen x)