

Números *complejos*

2 / 2

Polar · Euler · raíces

— módulo $r = |z|$ — ángulo $\theta = \arg(z)$ Unidad i en dorado

08 Forma polar y exponencial

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta}$$

- $r = |z| \geq 0$, $\theta = \arg(z)$
- Notación breve: $z = r \operatorname{cis} \theta = r_\theta$

Identidad de Euler $e^{i\pi} + 1 = 0$ — une e , i , π , 1 y 0 .

09 Producto y cociente (polar)

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

- Multiplicar → multiplica módulos, suma ángulos
- Dividir → divide módulos, resta ángulos

10 Fórmula de De Moivre

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

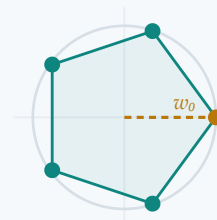
$$z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

- Potencias fáciles en polar: solo eleva r y multiplica θ por n
- Útil para deducir $\sin 2\theta$, $\cos 3\theta$...

11 Raíces n-ésimas

$$w_k = r^{1/n} e^{i(\theta + 2\pi k)/n}$$

- $k = 0, 1, \dots, n-1 \rightarrow n$ raíces
- Polígono regular de n lados sobre $|w| = r^{1/n}$



12 Euler para seno y coseno

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

- Convierten trigonometría en exponenciales: integrales y sumas más fáciles.

13 Propiedades del módulo

$$|zw| = |z| |w|$$

$$|z/w| = |z|/|w|$$

$$|\bar{z}| = |z|$$

$$|z^n| = |z|^n$$

$$z^{-1} = \bar{z}/|z|^2$$

$$|z+w| \leq |z| + |w|$$

Desigualdad triangular: el lado nunca supera la suma de los otros dos.

14 Ecuación de 2.º grado con raíces complejas

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Si el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac < 0 \rightarrow$ dos raíces complejas conjugadas.
- $\sqrt{-16} = 4i$, porque $(4i)^2 = -16$.

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 5 &= 0 \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm 4i}{2} = -1 \pm 2i \end{aligned}$$