

Números *complejos*

Eje real · $a = \text{Re}(z)$ Eje imaginario · $b = \text{Im}(z)$ Unidad i en dorado

01 La unidad imaginaria

$$i = \sqrt{-1}, i^2 = -1$$

- Ciclo (periodo 4): $i=i$ $i^2=-1$ $i^3=-i$ $i^4=1$
- Truco: $i^n = i^{(n \bmod 4)}$. Ej. $i^{23} = i^3 = -i$

02 Forma binómica

$$z = a + bi$$

- $a = \text{Re}(z)$, $b = \text{Im}(z)$, con $a, b \in \mathbb{R}$
- Igualdad: $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c$ y $b=d$
- Casos: real puro ($b=0$), imaginario puro ($a=0$)

03 Conjugado

$$\bar{z} = a - bi$$

- $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = |z|^2$ (real ≥ 0)
- $z + \bar{z} = 2a$, $z - \bar{z} = 2bi$
- Reparte: $\bar{\bar{z}}=z$, $\overline{z/w} = \bar{z}/\bar{w}$

04 Módulo y argumento

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \tan \theta = \frac{b}{a}$$

- $\theta = \arg(z) = \text{atan2}(b, a)$ — ¡el cuadrante!
- Principal: $\theta \in (-\pi, \pi]$
- Vuelta: $a = r \cos \theta$, $b = r \sin \theta$

05 Operaciones en forma binómica

Suma

$$(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$$

Producto

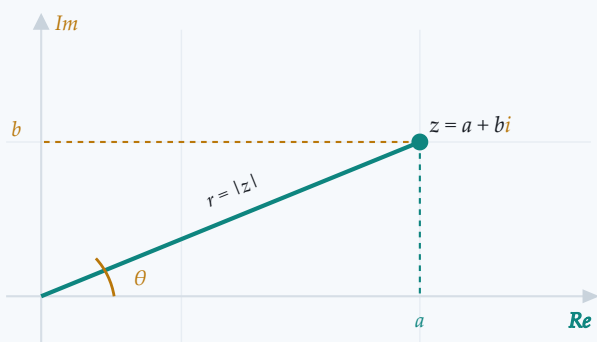
$$(a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

División

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{c^2+d^2}$$

Clave de la división: multiplica numerador y denominador por el **conjugado del denominador** para hacerlo real.

06 Plano de Argand



07 Ejemplo · división

$$\begin{aligned} & \frac{3+2i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} \\ &= \frac{3+3i+2i+2i^2}{1^2+1^2} \\ &= \frac{1+5i}{2} = 0,5 + 2,5i \end{aligned}$$