

# Tabla de *integrales*

Primitivas inmediatas y las cuatro técnicas clave —sustitución, partes, fracciones y trig— en una hoja.

## 01 Idea y Teorema Fundamental

Integrar = deshacer la derivada.

$$\int f(x) dx = F(x) + \mathbf{C} \Leftrightarrow F' = f$$

$$\int_a^b f dx = F(b) - F(a)$$

- ¡No olvides la **constante +C** en las indefinidas!

## 02 Inmediatas: potencias y exp

Las que hay que saber sin pensar.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

## 03 Inmediatas: trigonométricas

Ojo a los signos, se cambian respecto a derivar.

$$\int \sen x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sen x + C$$

$$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + C$$

#### 04 Las que dan arctan / arctan

Reconócelas por el denominador.

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsen x + C$$

Con a:  $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

#### 05 Por sustitución

Cambio de variable: la más usada.

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$

- Elige  $u=g(x)$ , calcula  $du=g'(x)dx$ .
- Busca dentro una función y **su derivada** multiplicando.

#### 06 Por partes

Para productos: ILATE elige la u.

$$\int u dv = uv - \int v du$$

- $u$  (se deriva) por orden **ILATE**: Inv.trig, Log, Alg, Trig, Exp.
- $dv$  (se integra) es el resto.

#### 07 Fracciones parciales

Para cocientes de polinomios (P/Q).

- Si grado  $P \geq$  grado  $Q$ : **divide** primero.
- Factoriza  $Q$  y descompón en fracciones simples:

$$\frac{P}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$$

#### 08 Definida: área y propiedades

La integral definida mide área con signo.

$$\int_a^b = -\int_b^a, \int_a^a = 0$$

$$\text{área entre curvas} = \int_a^b (f-g)dx$$

- El área siempre es positiva: si la curva va por debajo, toma valor absoluto.

#### 09 Tabla rápida

Chuleta dentro de la chuleta.

| $\int \dots dx$     | resultado                             |
|---------------------|---------------------------------------|
| $\tan x$            | $-\ln  \cos x  + C$                   |
| $\frac{1}{x^2+a^2}$ | $\frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$ |
| $\ln x$             | $x \ln x - x + C$                     |

### 10 Ejemplo trabajado

Por partes con  $\int x \cdot e^x$ .

$$\int x e^x dx: u=x, dv=e^x dx$$

$$du=dx, v=e^x$$

$$= x e^x - \int e^x dx = e^x(x-1)+C$$