

Tabla de *derivadas*

De la definición como límite a la regla de la cadena, con todas las tablas y las aplicaciones de examen.

01 Definición

La derivada es la pendiente de la recta tangente.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- Mide la razón de cambio instantánea.
- Notaciones: $f'(x)$, $\frac{dy}{dx}$, Df .
- Si es derivable en un punto $\Rightarrow$ es continua ahí (no al revés).

02 Reglas básicas

Constantes, sumas, productos y cocientes.

$$(c)' = 0, (c \cdot f)' = c \cdot f'$$

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(f \cdot g)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

03 Regla de la cadena

La regla estrella: derivar funciones compuestas.

$$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

- «Deriva la de fuera dejando la de dentro, y multiplica por la **derivada de dentro**».
- Ej.: $[\sin(3x)]' = \cos(3x) \cdot 3 = 3\cos(3x)$.

04 Potencias, exponencial y log

Las que salen en todo.

$f(x)$	$f'(x)$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

05 Trigonómicas

De memoria: el signo es lo que engaña.

f	f'	f	f'
$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\cot x$	$-\csc^2 x$
$\sec x$	$\sec x \tan x$	$\csc x$	$-\csc x \cot x$

06 Inversas trigonométricas

Aparecen al integrar; conviene reconocerlas.

$$(\arcsen x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

07 Implícita y logarítmica

Trucos para casos difíciles.

- **Implícita:** deriva ambos lados respecto de x tratando $y=y(x)$; despeja y' .
- **Logarítmica:** para $y=f^g$, toma $\ln$: $\ln y = g \cdot \ln f$, luego deriva.

$$y=x^x \Rightarrow y'=x^x(\ln x+1)$$

08 Aplicaciones

Qué te dice cada derivada.

- $f' > 0 \Rightarrow$ **crece**; $f' < 0 \Rightarrow$ decrece.
- $f'(x_0)=0 \Rightarrow$ posible **máx/mín** (punto crítico).
- $f'' > 0 \Rightarrow$ **cóncava U**; $f'' < 0 \Rightarrow$ convexa $\cap$.
- $f''=0$ y cambia $\Rightarrow$ punto de **inflexión**.

09 Recta tangente y normal

La aplicación más pedida en examen.

$$\text{tangente: } y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$$

$$\text{normal: pendiente} = \frac{-1}{f'(a)}$$

10 Ejemplo trabajado

Cadena + producto juntos.

$$f(x) = x^2 \cdot \text{sen}(3x)$$

$$f' = \underline{2x} \cdot \text{sen}(3x) + x^2 \cdot \underline{\cos(3x)} \cdot \underline{3} \text{ (producto)}$$

$$= 2x \text{sen}(3x) + 3x^2 \cos(3x)$$