

Álgebra esencial

Productos notables, factorización, Ruffini, segundo grado, sistemas, radicales y binomio de Newton.

01 Productos notables

Los que ahorran multiplicar.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

02 Factorización

Sacar factor común y reconocer patrones.

- **Factor común** primero, siempre.
- Diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.
- Trinomio: $x^2 + sx + p = (x+m)(x+n)$ con $m+n=s$, $mn=p$.
- Por raíces: $a(x-r_1)(x-r_2)$.

03 Ruffini

Dividir entre $(x-a)$ y buscar raíces.

- Raíces racionales: divisores del término independiente.
- Si el resto es 0, a es raíz y bajas el grado.
- Repite hasta factorizar del todo.

$$P(x) = (x-a) \cdot C(x) + R$$

04 Ecuación de 2º grado

La fórmula y lo que dice el discriminante.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- $\Delta = b^2 - 4ac$: >0 dos raíces, $=0$ una doble, <0 sin raíces reales.
- Suma = $-b/a$, producto = c/a (Vieta).

05 Sistemas de ecuaciones

Métodos para 2 incógnitas.

- **Sustitución**: despeja una y sustituye.
- **Igualación**: despeja la misma en ambas.
- **Reducción**: suma/resta para eliminar una.
- 3+ incógnitas: Gauss o matrices.

06 Fracciones algebraicas

Se operan como las numéricas.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

- Factoriza y simplifica antes de operar.
- Denominador común = mcm de los denominadores.

07 Radicales

Operar y racionalizar.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \text{ (racionalizar)}$$

08 Valor absoluto e inecuaciones

Distancia al 0; cuidado al multiplicar.

$$|x| < k \Leftrightarrow -k < x < k$$

$$|x| > k \Leftrightarrow x < -k \text{ ó } x > k$$

- Al multiplicar/dividir por negativo, **gira la desigualdad**.

09 Progresiones

Aritméticas y geométricas.

$$\text{AP: } a_n = a_1 + (n-1)d, \quad S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$\text{GP: } a_n = a_1 r^{n-1}, \quad S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

10 Binomio de Newton

Desarrollar $(a+b)^n$.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

- Los coeficientes son el **triángulo de Pascal**.